

## Test di ingresso - Classe terza

Forniamo una selezione di esercizi che le studentesse e gli studenti dovrebbero essere in grado di affrontare al termine del percorso del primo biennio. I docenti potranno selezionare quelli che meglio si possono adattare alle proprie classi.

### Prima parte: numeri e algebra

1. Semplifica la seguente espressione, esprimendola mediante una frazione ridotta ai minimi termini:

$$\left( \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{11}{6}} \right)^2$$

2. È vero che il quadrato di  $-\sqrt{5}$  è 5?
3. È vero che la metà di  $\sqrt{16}$  è  $\sqrt{8}$ ?
4. Scrivi come un'unica frazione la somma  $\frac{1}{x} + x$ .
5. Scrivi come prodotto o potenza i seguenti polinomi:  
a.  $x^2 - 4x + 3$                       b.  $x^2 - 25$                       c.  $x^2 + 10x + 25$
6. Enuncia il primo e il secondo principio di equivalenza delle equazioni.
7. Risolvi le seguenti equazioni.  
a.  $12x - 7 = 29$                       b.  $(x + 4)(2x - 1) = 0$
8. Risolvi le seguenti disequazioni.  
a.  $-3x > 0$                       b.  $2x - 1 < \frac{1}{2}$
9. Trova i valori del numero intero  $m$  per i quali la frazione  $\frac{2m-1}{3m-2}$ :  
a. è nulla;  
b. non ha significato.
10. Se possibile, semplifica la seguente frazione.  
$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4}$$

11. Calcola il valore della seguente espressione (dove  $n$  è un numero intero).

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+3} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}}$$

12. Scrivi  $9^x$  come potenza di 3. Se  $9^x = 3^{12}$ , quanto vale  $x$ ?

13. Sara scrive  $\sqrt{a^2} = a$ . Commenta questa uguaglianza.

14. Due numeri interi consecutivi sono tali che la metà della somma del minore con il doppio del maggiore è 19. Qual è il numero maggiore?

15. Risolvi la seguente equazione, discutendo per quali valori del parametro  $a$  essa ha soluzione:

$$2x(a + 1) = a$$

Stabilisci poi qual è la soluzione nel caso in cui  $a = 1$ .

16. Risolvi la disequazione:

$$x^4 + 5x^3 > 0$$

17. Quali valori di  $x$  e  $y$  soddisfano contemporaneamente le equazioni  $\frac{1}{2}x + 3y = 5$  e  $x - y = 3$ ?

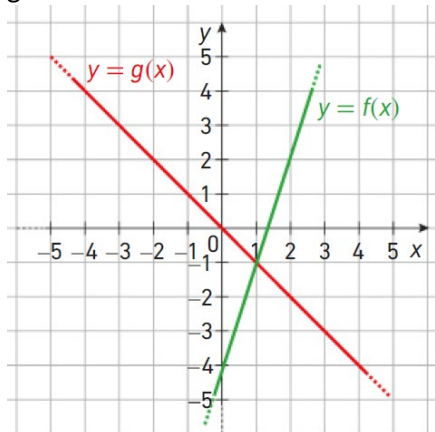
18. Spiega perché non può mai valere  $\sqrt{2x - 1} + 7 = 4$  per alcun valore di  $x$ .

19. Per stampare il suo ultimo *best seller*, una piccola casa editrice deve sostenere un costo fisso di 3000 euro e un costo di 6 euro per ogni libro stampato. La casa editrice rivende i libri a un prezzo medio di 12 euro l'uno. Quanti libri deve stampare e vendere la casa editrice affinché il suo margine di guadagno superi il 50% della spesa effettuata?

20. I fusilli che ha in casa Lucia cuociono in 11 minuti. A casa di Lucia, però, ci sono solo due clessidre: una da 3 minuti e una da 7. Come può fare per sapere quando è pronta la pasta?

## Seconda parte: funzioni e grafici

1. Come si definisce una *funzione*?
2. Qual è il dominio della funzione  $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$ ?
3. Qual è il dominio della funzione  $f(x) = \sqrt{2-x}$ ?
4. Una funzione  $f: \mathbf{A} \rightarrow \mathbb{R}$  è tale che, se  $x_1 \neq x_2$ , allora  $f(x_1) \neq f(x_2)$ . Come si dice una funzione con questa proprietà?
5. Calcola le coordinate del punto medio del segmento di estremi  $P(1;2)$  e  $Q(2;4)$ .
6. Scrivi l'equazione della retta che passa per i punti  $A(-1;3)$  e  $B(-5;11)$ .
7. Calcola la lunghezza del segmento  $PQ$  che ha estremi nei punti  $P(3;1)$  e  $Q(-2;-2)$ .
8. Disegna il grafico di  $y = 2x + 1$ , di  $y = -2x + 1$  e di  $y = 1$ . Che cosa hanno in comune?
9. Nel grafico seguente sono rappresentate due funzioni lineari. Scrivi la loro espressione analitica e risolvi graficamente e analiticamente la disequazione  $f(x) > g(x)$ .



10. Qual è la caratteristica comune a tutte le rette di equazione  $y = m(x - 1)$ , al variare di  $m \in \mathbb{R}$ ?

### Terza parte: geometria

1. Enuncia i due teoremi di Euclide.
2. Enuncia il quinto postulato di Euclide.
3. Un quadrato ha lato che misura 1 cm. Quanto è lunga la sua diagonale?
4. Come si chiama il luogo dei punti equidistanti da due punti distinti  $A$  e  $B$ ?
5. Il terzo criterio di congruenza afferma che, se due triangoli hanno tre angoli congruenti, allora sono congruenti. Commenta questa frase.
6. Quali parallelogrammi notevoli hanno le diagonali congruenti? E quali hanno le diagonali perpendicolari?
7. Due triangoli rettangoli isosceli sono simili? Perché?
8. Una casa con la pianta a forma rettangolare con i lati  $a$  e  $b$  è circondata da un marciapiede che ha larghezza  $c$ . La pianta complessiva della casa, marciapiede incluso, è ancora un rettangolo. Qual è l'area del marciapiede espressa in termini di  $a$ ,  $b$  e  $c$ ?
9. Due triangoli  $ABC$  e  $A'B'C'$  sono tali che  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = 2$ .
  - a. Come sono tra loro questi triangoli?
  - b. Quanto vale il rapporto tra l'area di  $ABC$  e quella di  $A'B'C'$ ?
10. Nel rettangolo  $ABCD$  l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{ABD}$  è  $60^\circ$ . Dimostra che  $AD^2 = 3AB^2$ .
11. Dimostra che in un triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è la metà dell'ipotenusa stessa.
12. Dimostra che in un trapezio isoscele i punti medi delle diagonali e il punto medio di una base sono vertici di un triangolo isoscele.